

C6 : Notion de fonction

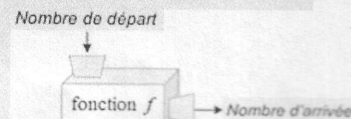
I- QU'EST-CE-QU'UNE FONCTION ?

Définition : Une fonction est un objet mathématique qui permet, à partir d'un nombre de départ x d'obtenir un unique nombre d'arrivée $f(x)$ (se lit « f de x »)

On note $f : x \mapsto f(x)$ (se lit « la fonction f qui à x associe f de x »)

On dit que $f(x)$ est l'image de x par la fonction f .

On dit que x est un antécédent de $f(x)$ par la fonction f .



Remarque : Un nombre a une unique image **mais** un nombre peut avoir plusieurs antécédents.

Exemple : On considère la fonction f définie par le programme de calcul suivant :

- Entrer un nombre
 - Ajouter 2
 - Elever au carré
 - Donner le résultat
- Si on entre le nombre 3, on obtient 25.
On note $f(3) = 25$
On dit que 25 est l'image de 3.
On dit aussi que 3 est un antécédent de 25.

Cette fonction se note $f : x \mapsto (x+2)^2$ Son expression est : $f(x) = (x+2)^2$

1 et -5 sont des antécédents de 9 car $f(1) = 9$ et $f(-5) = 9$

II- COMMENT DÉFINIR UNE FONCTION ?

1) Avec une formule (expression littérale)

Exemple : f est la fonction $x \mapsto 2x^2 - 5x$. Son expression est : $f(x) = 2x^2 - 5x$

Remarque : Elle pourrait correspondre au programme de calcul suivant :

- 1) Entre un nombre
- 2) l'élever au carré
- 3) Multiplie par 2 le résultat
- 4) Soustraire 5 fois le nombre de départ
- 5) Donner le résultat

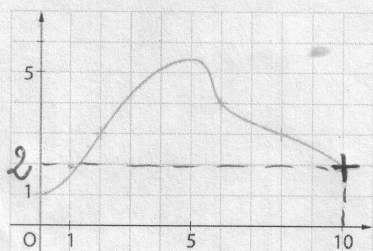
Méthode : Pour calculer l'image d'un nombre par une fonction, on remplace, dans l'expression de la fonction, x par ce nombre et on calcule.

Calculons l'image de -2 par f (on remplace dans l'expression x par -2, en pensant aux parenthèses) :

$$f(-2) = 2 \times (-2)^2 - 5 \times (-2) = 8 + 10 = 18 \quad \text{Donc } \underline{18} \text{ est l'image de } -2 \text{ par } f.$$

2) Avec une représentation graphique.

Exemple : f est la fonction définie par le graphique ci-dessous. La courbe qui représente f est constituée de tous les points dont les coordonnées sont $(x ; f(x))$.



Antécédent \rightarrow Abscisse
Se lit sur l'axe horizontale

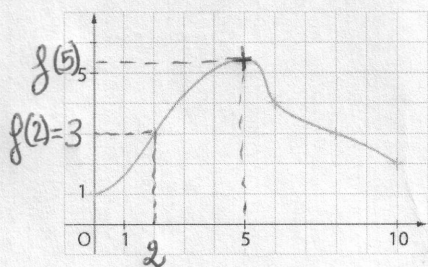
Image \rightarrow Ordonnée
Se lit sur l'axe verticale

Par exemple, le point (10 ; 2) appartient à la courbe.

Donc $f(\underline{10}) = \underline{2}$.

a) Lire l'image de 2, puis l'image de 5.

Par lecture graphique, pour lire l'image d'un nombre, on part de l'axe horizontal (axe des abscisses) pour arriver à l'axe vertical (axe des ordonnées).



Cherchons l'image de 2 :

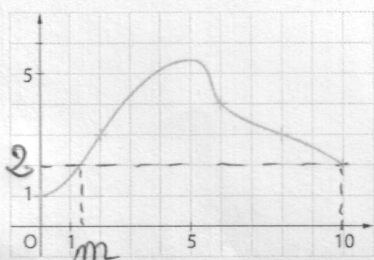
La représentation graphique de f passe par le point $(2 ; 3)$ donc $f(2) = 3$.

Cherchons l'image de 5 :

La représentation graphique de f passe par le point $(5 ; f(5))$. Le graphique ne permet pas de donner la valeur exacte : on ne peut lire qu'une valeur approchée. Donc $f(5) \approx 5,5$.

b) Lire les antécédents de 2.

Par lecture graphique, pour lire le ou les antécédents d'un nombre, on part de l'axe vertical (axe des ordonnées) vers l'axe horizontal (axe des abscisses).



Cherchons les antécédents de 2 :

Les points $(m ; 2)$ et $(10 ; 2)$ sont sur le graphique.

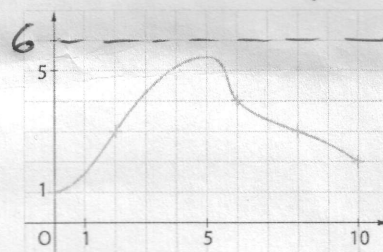
$$f(m) = f(10) = 2$$

Les antécédents de 2 sont donc m et 10 .

On ne peut donner qu'une valeur approchée de $m \approx 1,2$.

c) Citer un nombre qui n'a pas d'antécédent.

Le nombre 6 n'a pas d'antécédent.



3) Avec un tableau de valeurs.

Exemple : Ce tableau définit une fonction g qui à chaque nombre de la première ligne associe un nombre de la deuxième ligne :

Antécédent	Nombre x	0	1	2	3	4	5
	Image $g(x)$	-5	-3	0	5,2	0	7

Par exemple : L'image de 3 est 5,2 et l'image de 5 est 7.

Un antécédent de -5 est 0 et des antécédents de 0 sont 2 et 4.

Remarque : Faire un tableau de valeurs avec une formule à l'aide d'un tableur

Pour calculer les images d'une fonction avec un tableur, on doit d'abord sélectionner la case dans laquelle sera calculée l'image puis entrer la formule de la fonction :

- Elle doit commencer par le signe =
- On remplace le x par le numéro de la case dans laquelle figure le nombre dont on veut calculer l'image.
- On remplace le signe \times par $*$ et pour les puissances, on utilise $^$

Exemple avec la fonction $f: x \mapsto 3x^2 - 5x + 4$.

On veut calculer les images de -10 ; -6 ; 1,5 ; -0,5 ; 0 ; 2 ; 3,7 ; 11

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	-10	-6	1,5	-0,5	0	2	3,7	11
2	=3*A^2-5*A+4							

Ensuite on étend la formule : on sélectionne la case dans laquelle on a effectué le premier calcul et on étend la croix vers la droite.